

[Total No. of Pages : 4]

THREE YEAR B.A./B.Sc./B.Sc. (Home Science) DEGREE EXAMINATION,
JULY - 2022

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

SIXTH SEMESTER

PART - 1 : MATHEMATICS

Paper - DSC : Laplace Transforms

(W.e.f. 2017-2018)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

PART - A

భాగము - ఎ

(5×5=25)

Answer any FIVE of the following questions.

ఏమైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి.

1. Find the Laplace transform of $(\sin t - \cos t)^3$.
($\sin t - \cos t$)³ నకు లాప్లాస్ పరివర్తనను కనుగొనండి.

2. Find the Laplace transform of the function $F(t) = \begin{cases} e^t, & 0 < t < 5 \\ 3, & t > 5 \end{cases}$.

$$F(t) = \begin{cases} e^t, & 0 < t < 5 \\ 3, & t > 5 \end{cases} \text{ నకు లాప్లాస్ పరివర్తనను కనుగొనండి.}$$

3. Prove that, if $L\{F(t)\} = f(p)$ and $G(t) = \begin{cases} F(t-a), & t > a \\ 0, & t < a \end{cases}$ then $L\{G(t)\} = e^{-ap} f(p)$.

$$L\{F(t)\} = f(p) \text{ మరియు } G(t) = \begin{cases} F(t-a), & t > a \\ 0, & t < a \end{cases} \text{ అయినప్పుడు } L\{G(t)\} = e^{-ap} f(p) \text{ అని}$$

నిరూపించండి.

4. Find the Laplace transform of $e^t (\cos 2t + \frac{1}{2} \sin 2t)$.

$$e^t (\cos 2t + \frac{1}{2} \sin 2t) \text{ నకు లాప్లాస్ పరివర్తనమును కనుగొనండి.}$$

5. Prove that, if $L\{F(t)\} = f(p)$ then $L\left\{\int_0^t F(u)du\right\} = \frac{1}{p} f(p)$.

$L\{F(t)\} = f(p)$ అయినపుడు $L\left\{\int_0^t F(u)du\right\} = \frac{1}{p} f(p)$ అని నిరూపించండి.

6. Find Laplace transform of $te^{3t} \sin 2t$.

$te^{3t} \sin 2t$ నకు లాప్లాస్ పరివర్తనమును కనుగొనండి.

7. Find inverse Laplace transform of $\frac{4}{(p+1)(p+2)}$

$\frac{4}{(p+1)(p+2)}$ నకు విలోమ లాప్లాస్ పరివర్తనమును కనుగొనండి.

8. Using converse Convolution theorem, find $L^{-1}\left\{\frac{1}{p(p^2+4)}\right\}$

విలోమ సంవలన సిద్ధాంతాన్ని ఉపయోగించి, $L^{-1}\left\{\frac{1}{p(p^2+4)}\right\}$ ను కనుగొనండి.

PART - B

భాగము - బి

Answer All questions.

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి.

(5×10=50)

9. a) Find the Laplace transform of $f(t) = |t-1| + |t+1|, t \geq 0$

$f(t) = |t-1| + |t+1|, t \geq 0$ నకు లాప్లాస్ పరివర్తనమును కనుగొనండి.

(OR/లేదా)

b) Find the Laplace transform of $\sinh t \cos at$.

$\sinh t \cos at$ నకు లాప్లాస్ పరివర్తనమును కనుగొనండి.

10. a) Let $F(t)$ be continuous for all $t \geq 0$ and be of exponential order as $t \rightarrow \infty$ and $F'(t)$ is of class A. Then prove that $\lim_{t \rightarrow \infty} F(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pL\{F(t)\} = \lim_{p \rightarrow 0} pf(p)$.

$F(t)$ అనేది, ప్రతి $t \geq 0$ కు అవిచ్ఛిన్నం, $t \rightarrow \infty$ కి ఘాతాంక క్రమాన్ని మరియు $F'(t)$ తరగతి A అని అనుకొనుము. అప్పుడు $\lim_{t \rightarrow \infty} F(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pL\{F(t)\} = \lim_{p \rightarrow 0} pf(p)$ అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Find the Laplace transform of $\int_0^\infty \frac{\cos at - \cos bt}{t} dt$.

$\int_0^\infty \frac{\cos at - \cos bt}{t} dt$ నకు లాప్లాస్ పరివర్తనమును కనుగొనండి.

11. a) Find the Laplace transform of $L\{t^2 u(t-2)\}$, $u(t-2) = \begin{cases} 0, t < 2 \\ 1, t > 2 \end{cases}$

$L\{t^2 u(t-2)\}$, $u(t-2) = \begin{cases} 0, t < 2 \\ 1, t > 2 \end{cases}$ నకు లాప్లాస్ పరివర్తనమును కనుగొనండి.

(OR/లేదా)

b) Show that $L^{-1}\left\{\frac{1}{p} \sin \frac{1}{p}\right\} = t - \frac{t^3}{(3!)^2} + \frac{t^5}{(5!)^2} - \frac{t^7}{(7!)^2} + \dots$

$L^{-1}\left\{\frac{1}{p} \sin \frac{1}{p}\right\} = t - \frac{t^3}{(3!)^2} + \frac{t^5}{(5!)^2} - \frac{t^7}{(7!)^2} + \dots$ అని చూపించండి.

12. a) Find $L^{-1}\left\{\frac{e^{-\pi p}(p+1)}{p^2 + p + 1}\right\}$

$L^{-1}\left\{\frac{e^{-\pi p}(p+1)}{p^2 + p + 1}\right\}$ ను కనుగొనండి.

(OR/లేదా)

b) If $L^{-1}\{f(p)\} = F(t)$, then $L^{-1}\{f^{(n)}(p)\} = (-1)^n t^n F(t)$ where $f^{(n)}(p) = \frac{d^n}{dp^n}[f(p)]$

$L^{-1}\{f(p)\} = F(t)$, అయితే $L^{-1}\{f^{(n)}(p)\} = (-1)^n t^n F(t)$, ఇక్కడ $f^{(n)}(p) = \frac{d^n}{dp^n}[f(p)]$.

13. a) Using Heaviside's expansion formula, find $L^{-1}\left\{\frac{3p+1}{(p-1)(p^2+1)}\right\}$

హెవిసైడ్స్ విస్తరణ సూత్రాన్ని ఉపయోగించి $L^{-1}\left\{\frac{3p+1}{(p-1)(p^2+1)}\right\}$ ను కనుగొనండి.

(OR/లేదా)

b) Using Convolution theorem, find $L^{-1}\left\{\frac{1}{(p^2 + a^2)^2}\right\}$.

సంవలన సిద్ధాంతాన్ని ఉపయోగించి, $L^{-1}\left\{\frac{1}{(p^2 + a^2)^2}\right\}$ ను కనుగొనండి.

THREE YEAR B.A./B.Sc. DEGREE EXAMINATION, SEPTEMBER -2021

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

SIXTH SEMESTER

PART - I : MATHEMATICS

Paper - DSC : LAPLACE TRANSFORMS

(w.e.f. 2017-18)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

Part-A

విభాగము - ఎ

Answer any five of the following.

(5×5=25)

ఈ క్రిందివానిలో ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

1. Find $L\{(5e^{2t} - 3)^2\}$.

(5)

 $L\{(5e^{2t} - 3)^2\}$ ను గణించండి.

2. Find the Laplace transform of $F(t) = \begin{cases} 4, 0 < t < 1 \\ 3, t > 1 \end{cases}$.

(5)

 $F(t) = \begin{cases} 4, 0 < t < 1 \\ 3, t > 1 \end{cases}$ కు లేప్లాస్ పరివర్తనను గణించండి.

3. State and prove final value theorem.

(5)

అంతిమ విలువ సిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించుము.

4. Find the Laplace transformation of $(t-2)^3 u(t-2)$.

(5)

 $(t-2)^3 u(t-2)$ కు లేప్లాస్ పరివర్తనను గణించండి.

5. Find $L^{-1}\left[\frac{p-3}{p^2-4p+20}\right]$.

(5)

 $L^{-1}\left[\frac{p-3}{p^2-4p+20}\right]$ విశదీకరించండి.

6. Evaluate $L^{-1}\left[\frac{e^{-3s}}{(s-4)^2}\right]$. (5)

$L^{-1}\left[\frac{e^{-3s}}{(s-4)^2}\right]$ ను గణించండి.

7. Evaluate $L^{-1}\left[\frac{p}{(p^2+a^2)^2}\right]$. (5)

$L^{-1}\left[\frac{p}{(p^2+a^2)^2}\right]$ ను గణించండి.

8. Evaluate $L^{-1}\left[\frac{p^2}{(p-3)^2}\right]$. (5)

$L^{-1}\left[\frac{p^2}{(p-3)^2}\right]$ ను గణించండి.

Part - B

విభాగము - బి

Answer all questions.

(5×10=50)

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయుము.

9. Find $L[7e^{2t} + 9e^{-2t} + 5\cos t + 7t^3 + 5\sin 3t]$. (10)

$L[7e^{2t} + 9e^{-2t} + 5\cos t + 7t^3 + 5\sin 3t]$ ను కనుగొనుము.

(OR/లేదా)

b. Find the Laplace transformation of $f(t) = |t-1| + |t+1|, t \geq 0$. (10)

$f(t) = |t-1| + |t+1|, t \geq 0$ కు లేప్లాస్ ట్రాన్స్ ఫార్మేషన్ ను గణించండి.

10. a. State and prove second shifting theorem by using this to find $L\{F(t)\}$ where

$$F(t) = \begin{cases} \cos\left(t - \frac{2\pi}{3}\right), t > \frac{2\pi}{3} \\ 0, t < \frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (10)$$

రెండవ మార్పు సిద్ధాంతము ప్రవచించి నిరూపించండి మరియు రెండవ మార్పు సిద్ధాంతమును

ఉపయోగించి $L\{F(t)\}$ ను కనుగొనుము $F(t) = \begin{cases} \cos\left(t - \frac{2\pi}{3}\right), t > \frac{2\pi}{3} \\ 0, t < \frac{2\pi}{3} \end{cases}$

(OR/లేదా)

b. $L\{F(t)\} = \frac{1}{p} e^{-\frac{1}{p}}$ than show that $L\{e^{-t} F(3t)\} = \frac{e^{-\frac{3}{p+1}}}{p+1}$ (10)

$L\{F(t)\} = \frac{1}{p} e^{-\frac{1}{p}}$ అయితే $L\{e^{-t} F(3t)\} = \frac{e^{-\frac{3}{p+1}}}{p+1}$ అని చూపుము.

11. a. Show that $L\{J_0(t)\} = \frac{1}{\sqrt{1+p^2}}$. (10)

$L\{J_0(t)\} = \frac{1}{\sqrt{1+p^2}}$ అని చూపుము.

(OR/లేదా)

- b. If $F(t)$ is a function of class A and if $L(F(t)) = f(p)$ then show that

$L(t^n F(t)) = (-1)^n \frac{d^n}{dp^n} f(p)$ where $n = 1, 2, \dots$ (10)

$L(F(t)) = f(p)$ అయితే $L(t^n F(t)) = (-1)^n \frac{d^n}{dp^n} f(p)$, $n = 1, 2, \dots$ అని నిరూపించండి.

12. a. Find $L^{-1}\left[\frac{5s-2}{3s^2+4s+8}\right]$. (10)

$L^{-1}\left[\frac{5s-2}{3s^2+4s+8}\right]$ ను కనుగొనుము.

(OR/లేదా)

b. Find $L^{-1}\left[\frac{3p+1}{(p-1)(p^2+1)}\right]$ by using partial fractions: (10)

పాక్షిక భిన్నాలు ఉపయోగించి $L^{-1}\left[\frac{3p+1}{(p-1)(p^2+1)}\right]$ ను కనుగొనుము.

$\frac{A}{(p-1)} + \frac{Bp+C}{(p^2+1)}$

13. a. State and prove convolution theorem. (10)

కన్వల్యూషన్ సిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించండి.

((OR/లేదా))

b. State the Heaviside expansion theorem, by using this to find $L^{-1}\left[\frac{p+5}{(p+1)(p^2+1)}\right]$. (10)

హైవిసైడ్ - విస్తరణ సూత్రం నిర్వచించి దాని ద్వారా $L^{-1}\left[\frac{p+5}{(p+1)(p^2+1)}\right]$ ను గణించండి.

THREE YEAR B.A. / B.Sc. DEGREE EXAMINATION — MARCH/ APRIL 2019

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

SIXTH SEMESTER

Part I — Mathematics

Paper: DSC - LAPLACE TRANSFORMS

(W.E.F 2017-2018)

Max. Marks : 75

Time : 3 hours

PART - A

విభాగము - ఎ

Answer any **FIVE** of the following.

ఈ క్రింది వానిలో ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

(Marks : $5 \times 5 = 25$)

1. Find $L\{\cosh^2 2t\}$.

$L\{\cosh^2 2t\}$ ను కనుగొనండి.

2. Find $L\{\sinh t \sin t\}$.

$L\{\sinh t \sin t\}$ ను కనుగొనండి.

3. If $L\{F(t)\} = \frac{9s^2 - 12s + 15}{(s-1)^3}$ then find $L\{F(3t)\}$ by using change of scale property.

$L\{F(t)\} = \frac{9s^2 - 12s + 15}{(s-1)^3}$ అయితే $L\{F(3t)\}$ స్కేలు మార్పు ధర్మాన్ని ఉపయోగించి కనుగొనుము.

4. Find $L\{t^2 \cos t\}$.

$L\{t^2 \cos t\}$ ను కనుగొనండి.

5. Find $L\left\{\frac{e^{-3t} \sin 2t}{t}\right\}$.

$L\left\{\frac{e^{-3t} \sin 2t}{t}\right\}$ ను కనుగొనండి.

6. Find $L^{-1}\left\{\frac{5}{s^2} + \left(\frac{\sqrt{s}-1}{s}\right)^2 - \frac{7}{3s+2}\right\}$.

$L^{-1}\left\{\frac{5}{s^2} + \left(\frac{\sqrt{s}-1}{s}\right)^2 - \frac{7}{3s+2}\right\}$ ను కనుగొనండి.

7. Find $L^{-1}\left\{\frac{s-2}{s^2+5s+6}\right\}$.

$L^{-1}\left\{\frac{s-2}{s^2+5s+6}\right\}$ ను కనుగొనండి.

8. Find $L^{-1}\left\{\log\left(\frac{1+s}{s^2}\right)\right\}$.

$L^{-1}\left\{\log\left(\frac{1+s}{s^2}\right)\right\}$ ను కనుగొనండి.

PART - B

విభాగము - బి

Answer ALL questions.

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

(Marks : $5 \times 10 = 50$)

9. (a) By using definition of Laplace Transform find $L\{\sin at\}$ and $L\{\cos at\}$.

లాప్లాస్ పరివర్తన నిర్వచనంను ఉపయోగించి $L\{\sin at\}$ మరియు $L\{\cos at\}$ ను కనుగొనండి.

Or

(b) Find $L\{F(t)\}$ where $F(t) = \begin{cases} (t-1)^2 & \text{if } t > 1 \\ 0 & \text{if } 0 < t < 1 \end{cases}$

$F(t) = \begin{cases} (t-1)^2 & \text{if } t > 1 \\ 0 & \text{if } 0 < t < 1 \end{cases}$ అయితే $L\{F(t)\}$ ను కనుగొనండి.

10. (a) Find $L\{t^2 e^{-2t} \cos t\}$

$L\{t^2 e^{-2t} \cos t\}$ ను కనుగొనండి.

Or

(b) State and Prove Final Value Theorem.

అంతిమ విలువల సిద్ధాంతంను ప్రవచించి నిరూపించుము.

11. (a) Evaluate $\int_0^\infty \left(\frac{\cos at - \cos bt}{t} \right) dt$.

$\int_0^\infty \left(\frac{\cos at - \cos bt}{t} \right) dt$ ను కనుగొనండి.

Or

(b) Find $L\{J_1(t)\}$ and hence find $L\{t J_1(t)\}$.

$L\{J_1(t)\}$ ను కనుగొనండి మరియు దాని నుండి $L\{t J_1(t)\}$ ను కనుగొనండి.

12. (a) State and Prove Second Shifting theorem in Inverse Laplace Transform.

విలోమ లాప్లాస్ పరివర్తనలోని రెండవ బదిలీ సిద్ధాంతంను ప్రవచించి నిరూపించుము.

Or

(b) Find Inverse Laplace transform of $\left\{ \frac{2s+t}{(s+2)^2(s^2-1)} \right\}$.

$\left\{ \frac{2s+t}{(s+2)^2(s^2-1)} \right\}$ యొక్క విలోమ లాప్లాస్ పరివర్తనను కనుగొనండి.

13. (a) Find $L^{-1}\left\{\frac{s}{(s^2+a^2)^2}\right\}$ using Convolution theorem.

కన్వోల్యూషన్ సిద్ధాంతంను ఉపయోగించి $L^{-1}\left\{\frac{s}{(s^2+a^2)^2}\right\}$ ను కనుగొనండి.

Or

(b) State and Prove Heaviside's Expansion Theorem in Inverse Laplace transform.

బిలోమ లాప్లాస్ పరివర్తనలోని హెవిసైడ్ విస్తరణ సిద్ధాంతంను ప్రవచించి నిరూపించుము.